Звіт

про виконання завдання з самостійної роботи

з курсу «Теорія ймовірностей та математична статистика» тема «Послідовності незалежних випробувань» студентом Балинським Максимом Миколайовичем (група КН-21)

в 2022-2023 навчальному році за індивідуальним варіантом №2

**Завдання 1.** Фабрика випускає 70 % продукції першого сорту. Знайти ймовірність того, що із 200 виробів, виготовлених фабрикою, кількість першосортних виробів буде: а) 55 виробів; б) 55 – 70; в) не більше 85.

# Розв’язання:

**а)** Для знаходження ймовірності використаємо локальну теорему Лапласа:

𝑃 (𝑘) = 1

𝜑(𝑥)*.*

𝑛 √𝑛𝑝𝑞

*n* = 200 – загальна кількість випробувань. Знайдемо кількість першосортних виробів *k* = 55, також знайдемо відсоток не першосортних виробів q = 1 – 0,7 = 0,3, за умовою p = 0,7. Підставимо дані у формулу:

1 1

𝑃200(55) = 𝜑(𝑥) = 𝜑(𝑥).

√200 ∙ 0,3 ∙ 0,7

Тепер за формулою знайдемо *x*:

√42

(𝑘 − 𝑛𝑝)

𝑥 = ;

√𝑛𝑝𝑞

*x =* 55−200∙0,7

√200∙0,3∙0.7

≈-13,11.

Знайдемо 𝜑(𝑥) = 𝜑(−13,11) = 0. Тепер знайдемо ймовірність того, що кількість не першосортних виробів буде 55:

𝑃200

# Шукана ймовірність: 0.

(55) = 1

√42

* 0 = 0*.*

**б)** За умовою *k1* = 55, *k2* = 70, значення n, p та q залишаються такими ж самими. Знайдемо ймовірність того, що подія відбудеться не більше 70 та не менше 55 разів, для цього використаємо інтегральну теорему Лапласа:

𝑃(𝑘1; 𝑘2) = Ф(𝑥𝑛) − Ф(𝑥′),

1 𝑥

𝑧2

*де* Ф(𝑥) = ∫ 𝑒− 2 𝑑𝑧*,* 𝑥′та 𝑥𝑛 − верхня та нижня межі інтегрування.

√2𝜋 0

Знайдемо верхню та нижню межі інтегрування:

𝑥′ = 𝑘1 − 𝑛𝑝 = 55 − 200 ∙ 0,7

≈ −13,11;

√𝑛𝑝𝑞 √200 ∙ 0,7 ∙ 0,3

𝑥′′ = 𝑘2 − 𝑛𝑝 = 70 − 200 ∙ 0,7

≈ −10,8.

√𝑛𝑝𝑞 √200 ∙ 0,7 ∙ 0,3

Знайдемо значення за допомогою таблиці: *Ф(x') = 0,2794*, *Ф(х''*) = 0,4382.

Тепер підставимо значення в інтегральну теорему Лапласа:

𝑃200(55, 70) = Ф(−10,8) − Ф(−13,11) = −Ф(10,8) + Ф(13,11)

= − 0,499997 + 0,499997 = 0.

# Шукана ймовірність: 0.

**в)** Задача схожа на задачу б, тому не більше 85 запишемо як *k1* та *k2*, де *k1 =* 0 *і k2* = 85, інші дані залишаються такі ж. У цій задачі також використаємо інтегральну теорему Лапласа:

𝑃(𝑘1; 𝑘2) = Ф(𝑥𝑛) − Ф(𝑥′),

1 𝑥

𝑧2

*де* Ф(𝑥) = ∫ 𝑒− 2 𝑑𝑧*,* 𝑥′та 𝑥𝑛 − верхня та нижня межі інтегрування.

√2𝜋 0

Знайдемо верхню та нижню межі інтегрування:

𝑥′ = 𝑘1 − 𝑛𝑝 = 0 − 200 ∙ 0,7

≈ −21,6;

√𝑛𝑝𝑞 √200 ∙ 0,7 ∙ 0,3

𝑥′′ = 𝑘2 − 𝑛𝑝 = 85 − 200 ∙ 0,7

≈ −8,48.

√𝑛𝑝𝑞 √200 ∙ 0,3 ∙ 0,7

Знайдемо значення за допомогою таблиці: *Ф(x') = -0,4999, Ф(х'') =*

0,4999. Тепер підставимо значення в інтегральну теорему Лапласа:

𝑃200(0, 85) ≈ Ф(−21,6) − Ф(−8,48) = −Ф(21,6) + Ф(8,48)

= −0,4999 + 0,4999) = 0.

# Шукана ймовірність: 0.

**Завдання 2**. Серед великої кількості мікросхем, що знаходяться в комплекті, 15% – нестандартні. Знайти ймовірності того, що серед 3 мікросхем, навмання взятих із комплекту, буде:

а) тільки одна нестандартна;

б) принаймні одна нестандартна.

# Розв'язання:

**а)** Ймовірність навмання взяти нестандартну деталь 15%, тому *p* = 0,15, тоді ймовірність взяти стандарту деталь: *q* = 1 – *p* = 1 – 0,15 = 0,85. Так як ми будемо брати 3 деталі, то *n* = 3, *k* = 1. Для знаходження ймовірності взяти тільки одну нестандартну деталь, використаємо формулу Бернуллі:

*Pn*(*k*) = 𝐶𝑘𝑝𝑘𝑞𝑛−𝑘;

𝑛

*Pn*(*k*) = 𝑛!

𝑘!(𝑛−𝑘)!

𝑝𝑘𝑞𝑛−𝑘;

*P*3(1) = 3!

1!(3−1)!

**Шукана ймовірність:** 0,325.

∗ 0,151 ∗ 0,853−1 = 0,325.

**б)** Ймовірність навмання взяти нестандартну деталь 15%, тому *p* = 0,15, тоді ймовірність взяти стандарту деталь: *q* = 1 – *p* = 1 – 0,15 = 0,85. Так як ми будемо брати 3 деталі, то *n* = 3, *k* = 1. Ймовірність знайдемо за такою формулою:

*Pn*(*k*) = *Pn*(*k*) + *Pn*(*k +* 1) +…+ *Pn*(*n*) ;

*Pn*(*k*) = 𝐶𝑘𝑝𝑘𝑞𝑛−𝑘+𝐶𝑘+1𝑝𝑘+1𝑞𝑛−𝑘+1+…+ *Pn*(*n*);

𝑛 𝑛

*P3*(*1*) = 3!

1!(3−1)!

∗ 0,151 ∗ 0,853−1 + 3!

2!(3−2)!

∗ 0,152 ∗ 0,853−2 + 3!

3!(3−3)!

∗ 0,153 ∗

0,853−3 = 0,325 + 0,057 + 0,003 = 0,385.

**Шукана ймовірність:** 0,385.

**Завдання 3.** Телефонна станція обслуговує 1000 абонентів. Ймовірність того, що будь-який абонент зателефонує на станцію протягом години, дорівнює 0,001. Знайти ймовірності того, що протягом години на телефонну станцію зателефонують:

а) 3 абоненти;

б) не більше 2 абонентів.

# Розв’язання:

**а)** Для знаходження ймовірності того, що протягом години на телефонну станцію зателефонують, потрібно використати формулу Пуассона:

*Pn(k) = λke-λ/k!;*

де *n = 1000 – кількість незалежних випробувань, k =3.*

Для знаходження *λ* використаємо формулу: *λ = np*, *р = 0,001*, тоді *λ* = 1000 \* 0,001 = 1. За формулою Пуассона знайдемо шукану ймовірність:

*P1000(3) = e-1/3!= 1/6e* ≈*0,06.*

**Шукана ймовірність:** 𝑃1000 = (3) ≈ 0,06.

**б)** Ймовірність того, що будь-який абонент зателефонує на станцію протягом години 0,001, тобто *р* = 0,001, за умовою кількість абонентів 1000, тобто *n* = 1000. Для знаходження *λ* використаємо формулу: *λ = np*, тоді *λ =* 1000 \* 0,001 = 1. Так як нам потрібно обчислити ймовірність того, що протягом години зателефонують не більше 2 абонентів, то доцільно обчислити ймовірність протилежних подій, тобто 1 або 2 абоненти серед 1000 зателефонують на станцію. Нехай p1 – зателефонував один абонент, p2 – зателефонувало два абоненти. Використаємо формулу Пуассона:

*Pn(k) = λke-λ/k!;*

*P1000(1) = e-1/1!= 1/1e* ≈ 0,367;

*P1000(2) = e-1/2!= 1/2e* ≈ 0,183*.*

Тепер знайдемо шукану ймовірність: p1 + p2 = 0,367 + 0,183 = 0,55.

# Шукана ймовірність: 0,55.